



## XII OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA (ONEM 2015)

### Primera Fase - Nivel 2

19 de junio de 2015

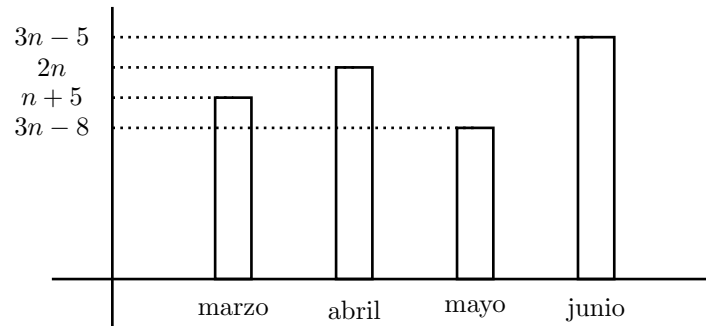
- La prueba tiene una duración máxima de 2 horas.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
- Utiliza solamente los espacios en blanco y los reversos de las hojas de esta prueba para realizar tus cálculos.
- Entrega solamente tu hoja de respuestas tan pronto consideres que has terminado con la prueba. En caso de empate se tomará en cuenta la hora de entrega.
- **Importante: Se informa a todos los alumnos y personal encargado que está prohibido divulgar esta prueba, especialmente por internet, hasta el día 28 de junio. A partir del 29 de junio las pruebas estarán publicadas en la página web del Ministerio de Educación.**

### MARCA LA ALTERNATIVA CORRECTA EN LA HOJA DE RESPUESTAS

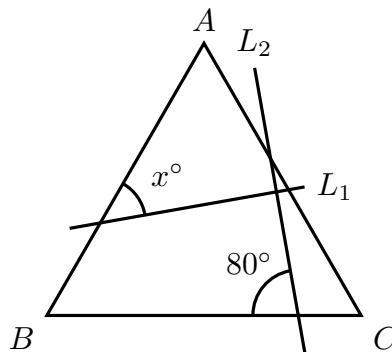
- Si  $P, E, R, U$  son dígitos tales que  $\overline{PE} \times \overline{RU} = 2015$ , calcule el valor de  $P + E + R + U$ .  
A) 13                      B) 14                      C) 15                      D) 16                      E) 17
- En una carrera participan cinco amigos Aldo, Beto, Carlos, Daniel y Eduardo. Se sabe que Aldo llegó a la meta antes que Beto, Carlos llegó antes que Daniel y Daniel llegó antes que Eduardo y que Aldo. Si Beto no llegó en último lugar, ¿cuál de los amigos llegó en tercer lugar?  
A) Aldo                      B) Beto                      C) Carlos                      D) Daniel                      E) Eduardo
- Sean  $a, b, m, n$  números reales positivos tales que  $a + b = 2mn$  y  $m + n = 3ab$ . Halle el valor de la expresión  
$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \cdot \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right).$$
  
A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 5                      E) 6
- El número 0,2015 está entre ...  
A)  $\frac{1}{2}$  y 1                      B)  $\frac{1}{3}$  y  $\frac{1}{2}$                       C)  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{1}{3}$                       D)  $\frac{1}{5}$  y  $\frac{1}{4}$                       E)  $\frac{1}{6}$  y  $\frac{1}{5}$

Primera Fase - Nivel 2

5. En el gráfico se indica la cantidad de días festivos que tiene cierta ciudad entre los meses de marzo y junio. Halle la cantidad de días festivos que tiene dicha ciudad en el mes de junio.



- A) 10                      B) 11                      C) 12                      D) 13                      E) 14
6. Roberto hace 5 años tenía la mitad de la edad actual que tiene Sandro, su hermano mayor. Si dentro de 5 años la edad de Sandro será un cuadrado perfecto menor que 40, determine la edad actual de Roberto.
- Aclaración:* Un cuadrado perfecto es un número de la forma  $k^2$ , donde  $k$  es un número entero.
- A) 7                      B) 15                      C) 4                      D) 12                      E) 20
7. Un grupo de trabajadores puede realizar una obra en 100 días. Otro grupo de trabajadores puede realizar la misma obra en 150 días. Se decide contratar a ambos grupos, los cuales trabajarán la misma cantidad de días, pero por separado (en los primeros días trabajarán el primer grupo y en los últimos días, el segundo grupo). ¿Cuántos días tardarán en completar la obra?
- A) 120                      B) 125                      C) 130                      D) 135                      E) 140
8. En el siguiente gráfico,  $ABC$  es un triángulo equilátero y las rectas  $L_1$  y  $L_2$  son perpendiculares. Determine el valor de  $x$ .



- A) 40                      B) 45                      C) 50                      D) 55                      E) 60



### Primera Fase - Nivel 2

9. Un entero positivo es llamado *cuatrero* si cumple las siguientes condiciones a la vez:

- Cada uno de sus dígitos pertenece al conjunto  $\{1, 2, 3, 4\}$ ,
- Cualesquiera tres dígitos ubicados en posiciones seguidas son distintos entre sí.

Por ejemplo, 12314 y 23412 son cuatreros. ¿Cuántos números cuatreros de cinco dígitos (incluyendo a los del ejemplo) hay en total?

- A) 32                      B) 48                      C) 64                      D) 72                      E) 96

10. Sean  $m$  y  $n$  enteros positivos tales que  $m + n = 2015$ ,  $m$  es múltiplo de 3 y  $n$  es múltiplo de 7. Halle el resto de dividir  $3m + 7n$  entre 21.

- A) 9                      B) 6                      C) 2                      D) 11                      E) 18

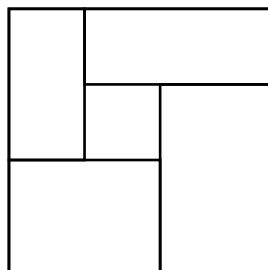
11. ¿Cuál de los siguientes números es el mayor?

- A)  $2^{100}$                       B)  $4^{80}$                       C)  $6^{60}$                       D)  $8^{40}$                       E)  $10^{20}$

12. ¿Cuál es el menor entero positivo que se puede escribir como la suma de 2, 3, 4, ó 5 números primos distintos?

- A) 28                      B) 30                      C) 26                      D) 38                      E) 20

13. Un cuadrado grande está dividido en cuatro rectángulos y un cuadrado pequeño, como muestra la figura:



Si los perímetros de los cuatro rectángulos son (en algún orden) 10 cm, 15 cm, 18 cm y 23 cm, determine el perímetro del cuadrado grande.

- A) 25 cm                      B) 28 cm                      C) 33 cm                      D) 38 cm                      E) 41 cm



Primera Fase - Nivel 2

14. Anita va a lanzar tres veces un dado sobre la mesa, ¿cuál es la probabilidad de que la suma de los números que va a obtener sea múltiplo de 3?

- A)  $\frac{1}{2}$                       B)  $\frac{1}{3}$                       C)  $\frac{1}{6}$                       D)  $\frac{2}{3}$                       E)  $\frac{1}{4}$

15. Determine el valor de

$$2000 \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{100^2}\right).$$

- A) 1010                      B) 1000                      C) 1200                      D) 505                      E) 1111

16. En una reunión hay ocho mujeres. Se sabe que una de ellas es amiga de todas las demás, cinco tienen dos amigas en la reunión, una tiene una amiga en la reunión y la última tiene  $x$  amigas en la reunión. Halle la suma de todos los valores que puede tomar  $x$ .

- A) 6                      B) 8                      C) 10                      D) 12                      E) 14

17. Decimos que un número de cuatro dígitos distintos  $\overline{abcd}$  es *luminoso* si  $5a + b = 5c + d$ .

Por ejemplo, 2015 es luminoso ya que todos sus dígitos son distintos y  $5 \times 2 + 0 = 5 \times 1 + 5$ . ¿Cuál es el menor número luminoso? Dé como respuesta la suma de sus dígitos.

- A) 13                      B) 8                      C) 9                      D) 10                      E) 11

18. Halle el coeficiente de  $x^2$  al expandir el producto

$$(1 + x)(1 + 3x)(1 + 5x)(1 + 7x) \cdots (1 + 19x).$$

- A) 3690                      B) 4335                      C) 5655                      D) 6310                      E) 6975

19. Sea  $P$  un punto en el interior de un triángulo  $ABC$  tal que  $AP = PC$ ,  $\angle ABP = 20^\circ$ ,  $\angle PBC = 30^\circ$  y  $\angle PCB = 70^\circ$ . Determine el valor de  $\angle PAB$ .

- A)  $50^\circ$                       B)  $35^\circ$                       C)  $40^\circ$                       D)  $20^\circ$                       E)  $30^\circ$



PERÚ

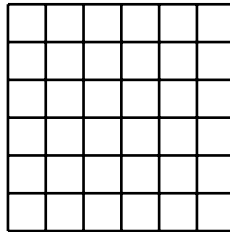
Ministerio de Educación



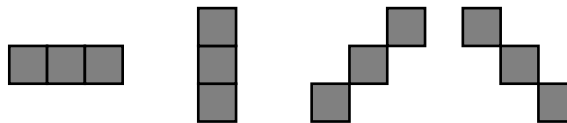
Sociedad Matemática Peruana

### Primera Fase - Nivel 2

20. Se tiene un tablero de  $6 \times 6$ , como se muestra en la figura:



Algunas casillas se van a pintar de negro de tal forma que no haya tres casillas negras consecutivas en horizontal, vertical o diagonal, es decir, no debe haber tres casillas negras dispuestas de alguna de las siguientes formas:



¿Cuántas casillas negras puede haber como máximo?

A) 18

B) 20

C) 17

D) 19

E) 16

**GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN**