



Sociedad Matemática Peruana

XII OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA (ONEM 2015)

Tercera Fase - Nivel 2

15 de setiembre de 2015

Estimado estudiante, recibe por parte del equipo encargado de la organización las felicitaciones por estar participando en esta etapa de la Olimpiada Nacional Escolar de Matemática. Te recomendamos tener en consideración lo siguiente:

- Tienes un tiempo máximo de 2 horas para resolver estos retos matemáticos que te planteamos. Te recomendamos que revises bien tus respuestas.
- Ten en cuenta que no está permitido el uso de calculadoras y otros recursos de consulta como apuntes o libros.
- Recuerda que las respuestas correctas se calificarán con diez (10) puntos; y las no respondidas o mal respondidas se calificarán con cero (0) puntos.
- Al momento que consideres que has culminado tu participación, haz entrega de estas hojas junto con la hoja de respuestas. En caso de ocurrir un empate se tomará en cuenta la hora de entrega.

ESCRIBE EL RESULTADO DE CADA PROBLEMA EN LA HOJA DE RESPUESTAS.
EN TODOS LOS CASOS EL RESULTADO ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO.

1. Ana, Beatriz y Cecilia se matricularon en un curso de computación que consiste de 28 clases. En cada clase asistieron al menos dos de ellas. Si Ana no asistió a 7 clases, Beatriz no asistió a 5 clases y Cecilia no asistió a 8 clases, ¿en cuántas clases estuvieron presentes las tres alumnas?
2. En cierta ciudad el control de las vacunas de un recién nacido es el siguiente: Las primeras 4 vacunas son cada mes después de nacido, las siguientes 4 vacunas son cada tres meses, las siguientes 4 vacunas son cada cinco meses, las siguientes 4 vacunas son cada siete meses, y así sucesivamente. Si Antonio, que siguió estrictamente el control de vacunas, recibió su última vacuna cuando tenía 15 años, ¿Cuántas vacunas recibió Antonio en total?



PERÚ

Ministerio de Educación



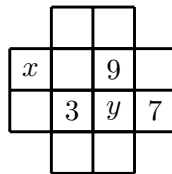
Sociedad Matemática Peruana

Tercera Fase - Nivel 2

3. Encuentre el mayor entero positivo N de cuatro dígitos (no necesariamente distintos), menor que 1777, que tiene la siguiente propiedad: Al multiplicar los cuatro dígitos de N obtenemos un divisor de N .

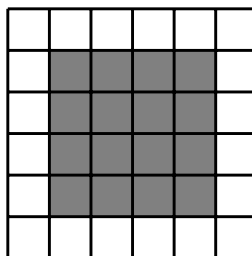
Aclaración: Tenga en cuenta que 0 no es divisor de ningún entero positivo.

4. Un caballo del ajedrez se mueve en un tablero, como el de la figura, de tal modo que pasa por cada casilla exactamente una vez. El caballo empieza su recorrido en la casilla que tiene el número 1, luego se dirige a la casilla que tiene el número 2, luego a la que tiene el número 3, y así sucesivamente, hasta que llega a la casilla que tiene el número 12. Se sabe cuáles son las casillas 3, 7 y 9, como muestra la figura. Determine el valor de $x + y$.



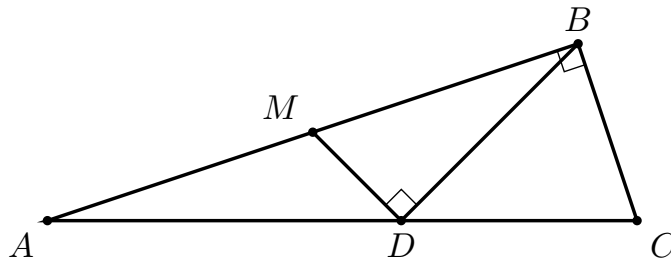
Aclaración: En el ajedrez, el movimiento de un caballo equivale a avanzar dos casillas en una dirección (horizontal o vertical) y luego una casilla en la otra dirección.

5. Al dividir el polinomio $P(x)$ entre $(x - 1)^2$ y $(x + 1)^2$ se obtienen los restos $1 + 2x$ y $1 - 2x$, respectivamente. Sea $R(x)$ el resto que se obtiene al dividir $P(x)$ entre $(x^2 - 1)^2$. Calcule el valor de $R(12)$.
6. Algunas casillas de un tablero de 6×6 contienen una ficha en su interior (cada casilla puede contener como máximo una ficha), de tal modo en que cada fila y en cada columna haya exactamente dos fichas. Sea N la cantidad de fichas que hay en el cuadrado de 4×4 central, como el que está sombreado en la figura. Halle la suma de todos los valores que puede tomar N .



Tercera Fase - Nivel 2

7. Sea ABC un triángulo rectángulo, recto en B . Sea M el punto medio del segmento AB y D un punto de la hipotenusa AC tal que $AD = 12$ y $DC = 8$. Si $\angle BDM = 90^\circ$, calcule el área del triángulo BDM .



8. En cada casilla de un tablero de 3×3 está escrito un número real, de tal modo que se cumple la siguiente propiedad: Si escogemos tres casillas cualesquiera que estén en filas diferentes y columnas diferentes, la suma de los números que están en esas casillas es siempre negativa. Consideremos la suma de los números de cada fila y la suma de los números de cada columna, de esta forma tenemos 6 sumas, ¿como máximo cuántas de estas sumas son positivas?
9. Si el número \overline{abcdef} es múltiplo de 97 y

$$\overline{abcdef} + 1 = (\overline{ab} + 1) (\overline{cd} + 1) (\overline{ef} + 1),$$

calcule el valor de $a + b + c + d + e + f$.

10. Sea \mathcal{D} el conjunto de todos los divisores positivos del número

$$2^{16} \times 3^8 \times 5^4 \times 7^2.$$

\mathcal{C} es un subconjunto de \mathcal{D} que tiene la siguiente propiedad: Si a y b son elementos cualesquiera de \mathcal{C} , con $a \neq b$, se cumple que el mínimo común múltiplo de a y b no pertenece a \mathcal{C} . Determine cuántos elementos como máximo puede tener \mathcal{C} .

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN