



Sociedad Matemática Peruana

XIII OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA (ONEM 2016)

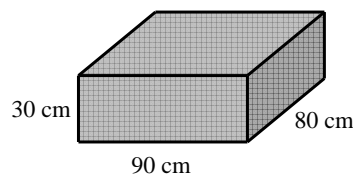
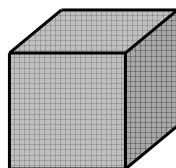
Primera Fase - Nivel 3

14 de julio de 2016

- La prueba tiene una duración máxima de 2 horas.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
- Utiliza solamente los espacios en blanco y los reversos de las hojas de esta prueba para realizar tus cálculos.
- Entrega solamente tu hoja de respuestas tan pronto consideres que has terminado con la prueba. En caso de empate se tomará en cuenta la hora de entrega.
- **Importante: Se informa a todos los alumnos y personal encargado que está prohibido divulgar esta prueba, especialmente por internet, hasta el día 26 de julio.**

MARCA LA ALTERNATIVA CORRECTA EN LA HOJA DE RESPUESTAS

1. Andrea rindió cuatro exámenes en el curso de matemática y obtuvo la misma nota en los tres primeros exámenes. Se sabe que la nota del cuarto examen fue 17 y el promedio de sus cuatro notas fue 14, ¿cuál fue la nota el segundo examen?
A) 16 B) 15 C) 11 D) 14 E) 13
2. En una manifestación hay un grupo numeroso de personas que está ocupando una calle que tiene 200 metros de largo y 9 metros de ancho. Determine, aproximadamente, cuántas personas hay en la manifestación si se sabe que en un metro cuadrado hay 4 personas, en promedio.
A) 36000 B) 10800 C) 7200 D) 108000 E) 72000
3. En la figura se muestran dos cajas que tienen igual volumen. La caja de la izquierda tiene forma de un cubo y la caja de la derecha tiene dimensiones 30 cm, 80 cm y 90 cm.

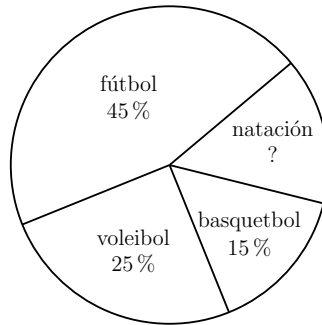


Determine el área de la base de la caja de la izquierda.

- A) 3600 cm^2 B) 4000 cm^2 C) 4800 cm^2 D) 2400 cm^2 E) 4500 cm^2

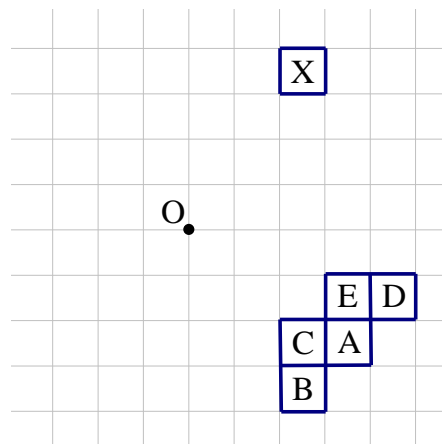
Primera Fase - Nivel 3

4. A un grupo de personas se le preguntó por su deporte favorito, con los resultados se elaboró el siguiente gráfico circular:



Si 12 personas dijeron que su deporte favorito es natación, determine cuál de las siguientes proposiciones es falsa:

- A) 12 personas dijeron que su deporte favorito es basquetbol.
 - B) Más de 30 personas dijeron que su deporte favorito es fútbol.
 - C) Más de 20 personas dijeron que su deporte favorito es voleibol.
 - D) Más de la mitad de las personas prefieren fútbol o voleibol.
 - E) Menos de la quinta parte del total dijo que su deporte favorito es natación.
5. ¿Qué cuadrado obtenemos al rotar el cuadrado X, 90° en sentido horario, con centro en el punto O?



- A) A B) B C) C D) D E) E

6. La suma de ocho números naturales consecutivos es 92. Sea P el producto de esos ocho números. ¿Cuál es el menor entero positivo que **no es divisor** de P ?

- A) 9 B) 13 C) 23 D) 17 E) 18



PERÚ

Ministerio de Educación



Sociedad Matemática Peruana

Primera Fase - Nivel 3

7. Un estudio determinó que si la entrada del cine cuesta x soles, el número de asistentes será $960 - 60x$, donde x es un entero positivo entre 3 y 15, inclusive. ¿Para qué valor de x la cantidad de dinero que recaude el cine por la venta de las entradas será máxima?

A) 3 B) 6 C) 8 D) 9 E) 15

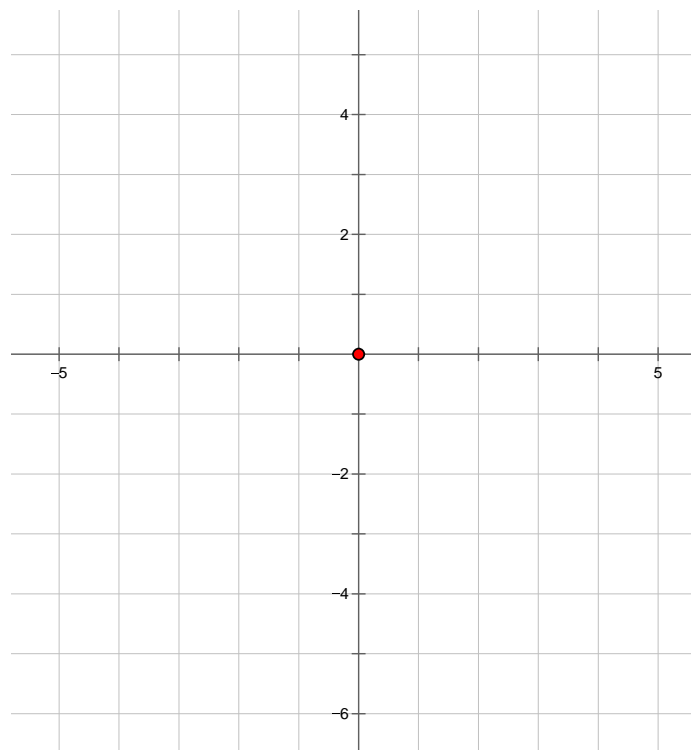
8. Sea M el punto medio del lado BC de un triángulo ABC , si se cumple que:

$$\angle BAM = 2\angle MAC = 2\angle MCA,$$

halla la medida del ángulo $\angle ABC$.

A) 30° B) 90° C) 45° D) 100° E) 60°

9. Un alumno marcó en el plano cartesiano los siguientes tres puntos: $(-3, 4)$, $(4, -5)$ y $(2, 5)$. ¿Cuál es el cuarto punto que debe marcar el alumno para que los cuatro puntos sean los vértices de un rectángulo?



A) $(-3, -4)$ B) $(0, -6)$ C) $(-2, -5)$ D) $(0, -5)$ E) $(-1, -6)$



Primera Fase - Nivel 3

10. Se muestra la tabla de frecuencias de las notas obtenidas por los alumnos de un salón de clases

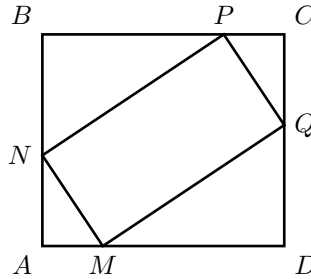
Nota	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
[9, 11]		10 %
[12, 14]	10	
[15, 17]		50 %
[18, 20]	6	

¿Cuántos alumnos hay en el salón de clases?

- A) 60 B) 40 C) 35 D) 48 E) 65
11. ¿Cuál de las siguientes funciones trigonométricas cumple que su máximo valor es igual al doble de su mínimo valor?
- A) $r(x) = 2 \operatorname{sen} x$
B) $s(x) = 3 \operatorname{cos} x$
C) $t(x) = \operatorname{sen} x + 2$
D) $u(x) = 3 \operatorname{sen} x - 2$
E) $v(x) = \operatorname{sen} x + 3$
12. Un biólogo observó una muestra durante varios días, y observó que la cantidad de bacterias que hay en esa muestra, conforme pasan los días, crece según una progresión geométrica. El día 3 había 3×10^8 bacterias y el día 5 había $2,7 \times 10^{13}$ bacterias. ¿Cuántas bacterias había el día 4?
- A) $2,85 \times 10^9$ B) 9×10^{10} C) 9×10^{11} D) 6×10^{11} E) $2,8 \times 10^{11}$
13. Un litro de agua pesa 1 kilogramo y un litro de leche pesa 1,05 kilogramos. Se mezcló cierta cantidad de agua con cierta cantidad de leche y se obtuvo una mezcla de 20 litros que pesa n kilogramos. ¿Cuántos litros de agua hay en la mezcla?
- A) $21(20 - n)$ B) $20(20 - n)$ C) $400 - n^2$ D) $20(21 - n)$ E) $21(19 - n)$
14. Roberto hace un viaje de ida y vuelta entre Lima y Huacho en su carro, que funciona con gas o gasolina. En la ida, usando solamente gas, el carro recorre 16 km por galón y en la vuelta, usando solamente gasolina, recorre 12 km por galón. En total, Roberto utilizó 21 galones de combustible en este viaje. ¿Cuál es la distancia, en km, entre Lima y Huacho?
- A) 120 km B) 144 km C) 192 km D) 132 km E) 108 km

Primera Fase - Nivel 3

15. El rectángulo $MNPQ$ está inscrito en el rectángulo $ABCD$, como se muestra en la figura. Si $AB = 7$, $BC = 8$ y $NP = 2MN$, halle el área del rectángulo $MNPQ$.



- A) 26 B) 36 C) 28 D) 32 E) 24

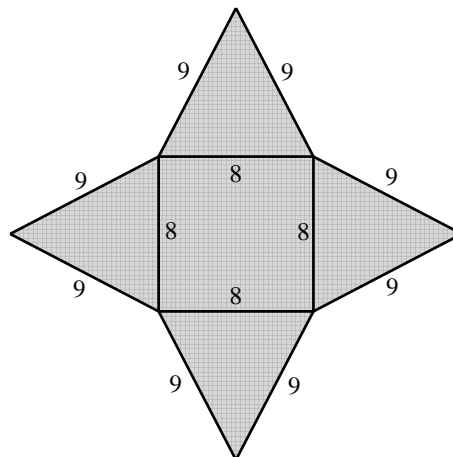
16. Sean x, y, z números reales tales que

$$\begin{aligned} x + y &= z^2 - 3, \\ y + z &= x^2 - 3, \\ z + x &= y^2 - 3. \end{aligned}$$

Si $x \neq y$ y además, $x \neq z$, calcule el valor de yz .

- A) -2 B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) 1 E) 9

17. En la figura se muestra el desarrollo de una pirámide de base cuadrada, donde las longitudes mostradas están expresadas en cm. ¿Cuál es el volumen de la pirámide?



- A) $\frac{448}{3} \text{ cm}^3$ B) 128 cm^3 C) $\frac{64\sqrt{13}}{3} \text{ cm}^3$ D) $\frac{64\sqrt{51}}{3} \text{ cm}^3$ E) 132 cm^3



PERÚ

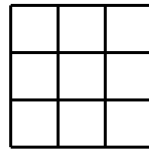
Ministerio de Educación



Sociedad Matemática Peruana

Primera Fase - Nivel 3

18. En cada casilla del siguiente tablero de 3×3 debe estar escrito un entero positivo, de tal modo que el producto de los números de cualquier fila y el producto de los números de cualquier columna es múltiplo de 30. ¿Cuál es el menor valor que puede tomar la suma de todos los números escritos en el tablero?



- A) 35 B) 43 C) 36 D) 33 E) 30
19. Sara observa la cruz ubicada en lo alto de una montaña con un ángulo de elevación de α° . Luego de avanzar 50 metros en dirección a la montaña, ella observa la misma cruz con un ángulo de elevación de $90^\circ - \alpha^\circ$. Luego de avanzar 15 metros más, ella observa la cruz con un ángulo de elevación de $2\alpha^\circ$. ¿A qué altura (en metros) está la cruz?
- A) 65 B) 60 C) 72 D) 50 E) 55
20. Una calculadora extraña tiene inicialmente el número 1 en su pantalla y solo tiene 2 botones. Con uno de los botones se le suma 5 al número de la pantalla y con el otro botón se le suma 9. Algunos números se pueden obtener en la pantalla (como 10 y 11), pero hay otros que no se pueden obtener (como 2 y 8). Encuentre el mayor número que no se puede obtener en la pantalla y dé como respuesta la suma de los dígitos de dicho número.
- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN