



PERÚ

Ministerio  
de Educación



Sociedad Matemática Peruana

## XIII OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA (ONEM 2016)

### Segunda Fase - Nivel 3

16 de agosto de 2016

---

Estimado estudiante, recibe por parte del equipo encargado de la organización las felicitaciones por estar participando en esta etapa de la Olimpiada Nacional Escolar de Matemática. Te recomendamos tener en consideración lo siguiente:

- Tienes un tiempo máximo de 2 horas para resolver estos retos matemáticos que te planteamos.
- Ten en cuenta que no está permitido el uso de calculadoras y otros recursos de consulta como apuntes o libros.
- Al momento que consideres que has culminado tu participación, haz entrega de la hoja de respuestas. En caso de ocurrir un empate se tomará en cuenta la hora de entrega.
- **No puedes llevar estas hojas que contienen los enunciados, ni tampoco publicar o discutir los problemas en internet**, así nos ayudarás a que la olimpiada se realice de la mejor forma posible. Las pruebas se publicarán en la página web del Ministerio de Educación, Concursos Educativos - ONEM, a partir del 19 de agosto.

---

ESCRIBE EL RESULTADO DE CADA PROBLEMA EN LA HOJA DE RESPUESTAS.  
EN TODOS LOS CASOS EL RESULTADO ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO.

1. Alejandra, Ruth y Edwin fueron al mercado para abastecer sus juguerías. Alejandra compró 2 piñas y 3 papayas. Ruth compró 5 piñas y 1 papaya. Edwin compró 4 piñas y 2 papayas. Si Alejandra gastó 42 soles y Ruth gastó 40 soles, ¿cuántos soles gastó Edwin?

*Aclaración:* Considere que todas las piñas cuestan lo mismo y que todas las papayas cuestan lo mismo.

2. Gregorio tiene dos dados, uno rojo y otro azul. ¿Cuántas posibilidades existen, de que al lanzar Gregorio sus dos dados, obtenga dos números cuyo producto sea par?



PERÚ

Ministerio  
de Educación

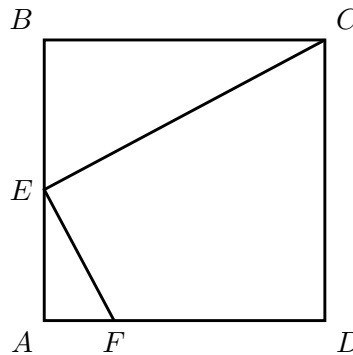


Sociedad Matemática Peruana

### Segunda Fase - Nivel 3

---

3. Sea  $ABCD$  un cuadrado de lado 12. Sean  $E$  y  $F$  puntos de los lados  $AB$  y  $AD$ , respectivamente, tales que  $\angle CEF = 90^\circ$ . Si el área del triángulo  $CBE$  es igual a 4 veces el área del triángulo  $EAF$ , halla la longitud del segmento  $CF$ .



4. ¿Cuál es el menor número entero positivo, múltiplo de 4, tal que el producto de sus dígitos es 2016 ?
5. Un conjunto  $A$  está formado por 10 números reales (distintos), de tal modo que la suma de cualesquiera seis de ellos es mayor que la suma de los otros cuatro elementos. ¿Cuál es la menor cantidad de elementos positivos que puede tener el conjunto  $A$ ?
6. Determina el menor número entero  $n$ , con  $n > 1$ , tal que los dos números  $\sqrt{\frac{n+1}{2}}$  y  $\sqrt{\frac{n+2}{3}}$  son racionales.
7. ¿Cuántos números enteros positivos menores que  $2^{16} + 2^{15}$  se pueden expresar como la suma de cinco potencias de 2, todas diferentes entre sí?

*Aclaración:* Considere que las potencias de 2 son  $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, \dots$



PERÚ

Ministerio  
de Educación



Sociedad Matemática Peruana

### Segunda Fase - Nivel 3

---

8. Sea  $ABC$  un triángulo acutángulo tal que  $\angle BAC = 2\angle BCA$ . Sea  $D$  un punto interior tal que  $\angle DAC = 2\angle DCA$ . Sean  $E$  y  $F$  los pies de las alturas trazadas desde  $B$  y  $D$  hacia el lado  $AC$ , respectivamente. Si  $AD = 12$  y  $EF = 4$ , halla la longitud del lado  $AB$ .
9. Sean  $x, y$  números reales positivos tales que  $x^3 + y^3 = 3xy$ . Sea  $M$  el mayor valor que puede tomar  $x$ . Determina el valor de  $12 \cdot M^{12}$ .
10. En la pizarra están escritos los números 1 y 2. En cada *paso*, si en la pizarra están escritos los números  $m$  y  $n$ , Julián escribe el número  $mn + m + n$  en la pizarra y luego borra uno de los dos números anteriores (es decir, borra  $m$  o borra  $n$ ). ¿Cuál es el menor número, mayor que 1000, que puede obtener Julián después de realizar algunos pasos?

**GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN**