



PERÚ

Ministerio  
de Educación



Sociedad Matemática Peruana

## XIII OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA (ONEM 2016)

### Tercera Fase - Nivel 2

22 de setiembre de 2016

Estimado estudiante, recibe por parte del equipo encargado de la organización las felicitaciones por estar participando en esta etapa de la Olimpiada Nacional Escolar de Matemática. Te recomendamos tener en consideración lo siguiente:

- Tienes un tiempo máximo de 2 horas para resolver estos retos matemáticos que te planteamos. Te recomendamos que revises bien tus respuestas.
- Ten en cuenta que no está permitido el uso de calculadoras y otros recursos de consulta como apuntes o libros.
- Recuerda que las respuestas correctas se calificarán con diez (10) puntos; y las no respondidas o mal respondidas se calificarán con cero (0) puntos.
- Al momento que consideres que has culminado tu participación, haz entrega de estas hojas junto con la hoja de respuestas. En caso de ocurrir un empate se tomará en cuenta la hora de entrega.

ESCRIBE EL RESULTADO DE CADA PROBLEMA EN LA HOJA DE RESPUESTAS.  
EN TODOS LOS CASOS EL RESULTADO ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO.

1. Alex tiene en su jardín un árbol que crece exactamente medio metro al año. La altura del árbol es igual a cinco veces la altura de Alex. Hace 12 años Alex medía 21 centímetros menos y su árbol medía la mitad de lo que él medía en ese momento. ¿Cuántos centímetros mide actualmente el árbol de Alex?
2. Héctor trabaja entregando botellas de gaseosa. En su camión todas las cajas están llenas de botellas (12 en cada caja) y aparte hay menos de 12 botellas sueltas. Si la cantidad de botellas más la cantidad de cajas es 216. ¿Cuántas cajas hay en el camión de Héctor?
3. Definimos los números  $a = \left(1 + \frac{1}{2015}\right)^{2015}$  y  $b = \left(1 + \frac{1}{2015}\right)^{2016}$ . Calcule el valor de  $\frac{a^b}{b^a}$ .



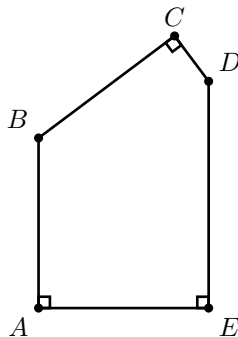
PERÚ

Ministerio  
de Educación

Sociedad Matemática Peruana

## Tercera Fase - Nivel 2

4. Sea  $ABCDE$  un pentágono que tiene ángulos rectos en los vértices  $A$ ,  $C$  y  $E$ , tal que  $AB = 18$  cm,  $CD = 6$  cm y  $DE = 24$  cm. Calcule el perímetro del pentágono  $ABCDE$  (en cm) si su área es  $480$  cm<sup>2</sup>.



5. Favio tiene tres bolsas de caramelos. Una bolsa tiene tres caramelos amarillos y tres caramelos rojos, otra bolsa tiene 3 caramelos rojos y 3 caramelos verdes y la última bolsa tiene 3 caramelos verdes y 3 caramelos amarillos. Favio va a sacar, al azar, un caramelo de cada bolsa. La probabilidad de que Favio saque tres caramelos de colores distintos es del  $n\%$ . Determine el valor de  $n$ .
6. Un número entero positivo de cuatro dígitos puede expresarse como el producto  $\overline{ab} \times \overline{da}$ , donde  $a, b, d$  son dígitos no nulos, distintos entre sí, tales que  $\overline{da} > \overline{ab}$ . Halle el **menor** valor posible de  $\overline{da} - \overline{ab}$ .
7. Roberto tiene 101 monedas, ubicadas en una fila. Cada moneda es de 10, 20 ó 50 céntimos. Se sabe que no hay un grupo de monedas consecutivas cuya suma sea 60 céntimos. ¿Cuál es la menor cantidad de monedas de 50 céntimos que puede tener Roberto?
8. Sean  $a$  y  $b$  enteros positivos tales que  $a^2 + b^2 = 300a$ . Determine la **suma** de todos los valores distintos que puede tomar  $a$ .



PERÚ

Ministerio  
de Educación



Sociedad Matemática Peruana

### Tercera Fase - Nivel 2

---

9. Sea  $ABC$  un triángulo equilátero de lado 48 y  $Q$  un punto del lado  $AB$  tal que  $BQ = 26$ . Si  $P$  es un punto en el interior del triángulo  $ABC$  tal que  $PA^2 + PC^2 = PB^2$ , determine el **menor** valor entero que puede tomar la longitud del segmento  $PQ$ .
10. Joaquín está de viaje en un país extraño donde hay billetes de valor  $n$  para cada entero positivo  $n$  menor o igual que 50, es decir, hay billetes de valor 1, de valor 2, ..., de valor 50. Joaquín tiene exactamente 7 billetes de valores  $n_1 < n_2 < n_3 < n_4 < n_5 < n_6 < n_7$ , y con ellos puede pagar cualquier objeto cuyo valor sea un número entre 1 y 60, inclusive, sin recibir vuelto. Determine el **menor** valor posible de  $n_7$ .

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN