



PERÚ

Ministerio  
de Educación



Sociedad Matemática Peruana

## XIII OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA (ONEM 2016)

### Cuarta Fase - Nivel 2

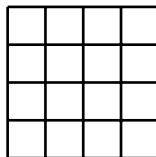
23 de octubre de 2016

---

Estimado estudiante, recibe por parte del equipo encargado de la organización las felicitaciones por estar participando en la etapa final de la Olimpiada Nacional Escolar de Matemática. Te recomendamos tener en consideración lo siguiente:

- La prueba tiene una duración máxima de 4 horas.
  - En la primera media hora puedes hacer preguntas, por escrito, en caso tengas alguna duda acerca de los enunciados de los problemas; luego de ese tiempo no se recibirá más preguntas.
  - No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
  - Resuelve los problemas propuestos **justificando adecuadamente cada paso**.
  - Entrega solamente el cuadernillo de soluciones.
  - Cada problema tiene un valor máximo de **25 puntos**.
- 

1. Un conjunto  $\mathcal{C}$  está formado por siete enteros positivos diferentes. Se sabe que exactamente tres elementos de  $\mathcal{C}$  son múltiplos de 3 y exactamente cuatro de elementos de  $\mathcal{C}$  son múltiplos de 4. Calcule el menor valor posible de la suma de los siete elementos de  $\mathcal{C}$ .
2. Se tiene el siguiente tablero de  $4 \times 4$ , formado por cuadrados de lado 1;



Algunos de los segmentos de longitud 1 (que son lados de los cuadrados) se pintan de rojo y dentro de cada cuadrado se escribe la cantidad de lados rojos que tiene ese cuadrado. Si los números que aparecieron en el tablero son, en algún orden: 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3 y 3. Determine la menor cantidad de segmentos rojos de longitud 1 que puede haber en el tablero.



PERÚ

Ministerio  
de Educación



Sociedad Matemática Peruana

### Cuarta Fase - Nivel 2

---

3. Sea  $P$  un punto interior de un triángulo  $ABC$  tal que  $\angle PAB = \angle PCA = \angle PBC - 60^\circ$  y  $PC = BC = \frac{AB}{\sqrt{2}}$ . Halle la medida del ángulo  $\angle PAB$ .
4. Encuentre el mayor entero positivo  $n$  para el cual existe un polinomio  $P(x)$  de coeficientes reales, de grado 100 y  $n$  números reales  $a_1, a_2, \dots, a_n$  en progresión aritmética de razón diferente de cero, tal que los números  $P(a_1), P(a_2), \dots, P(a_n)$  formen una progresión geométrica (en ese orden).

**GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN**