



PERÚ

Ministerio
de Educación



Sociedad Matemática Peruana

XIII OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA (ONEM 2016)

Cuarta Fase - Nivel 3

23 de octubre de 2016

Estimado estudiante, recibe por parte del equipo encargado de la organización las felicitaciones por estar participando en la etapa final de la Olimpiada Nacional Escolar de Matemática. Te recomendamos tener en consideración lo siguiente:

- La prueba tiene una duración máxima de 4 horas.
- En la primera media hora puedes hacer preguntas, por escrito, en caso tengas alguna duda acerca de los enunciados de los problemas; luego de ese tiempo no se recibirá más preguntas.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
- Resuelve los problemas propuestos **justificando adecuadamente cada paso**.
- Entrega solamente el cuadernillo de soluciones.
- Cada problema tiene un valor máximo de **25 puntos**.

1. Sea $ABCD$ un trapecio de bases paralelas BC y AD . Si $\angle CAD = 2\angle CAB$, $BC = CD$ y $AC = AD$, determine todos los posibles valores de la medida del ángulo $\angle CAB$.

2. ¿Cuántas fichas de dominó se puede colocar como mínimo en un tablero de 3×12 , de tal modo que sea imposible colocar una ficha de 1×3 , 3×1 ó 2×2 en lo que queda del tablero?

Aclaración: Cada dominó cubre exactamente dos cuadraditos del tablero. Las fichas no se pueden superponer.

3. Sea \mathbb{R} el conjunto de los números reales. Encuentre todas las funciones $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tales que

$$f(x+y) + f(x+z) - f(x)f(y+z) \geq 1,$$

para todos los números reales x, y, z .



PERÚ

Ministerio
de Educación



Sociedad Matemática Peruana

Cuarta Fase - Nivel 3

4. Sean a y n números enteros, con $a > 2$ y $n > 1$. Si $a^n - 2^n$ es un cuadrado perfecto, pruebe que a es par en los siguientes casos:
- a) n es par.
 - b) n es impar.

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN