



X OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA (ONEM 2013)

Segunda Fase - Nivel 2

13 de setiembre de 2013

Estimado estudiante, recibe por parte del equipo encargado de la organización las felicitaciones por estar participando en esta etapa de la Olimpiada Nacional Escolar de Matemática. Te recomendamos tener en consideración lo siguiente:

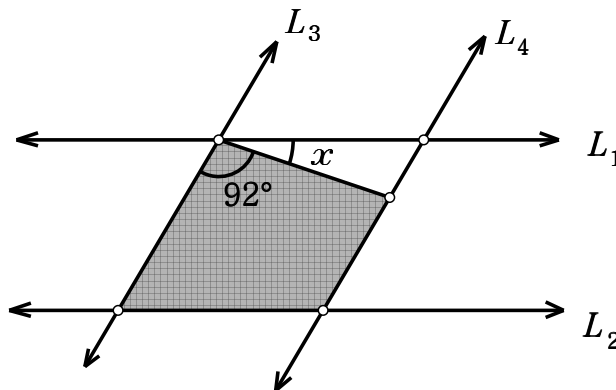
- Tienes un tiempo máximo de 2 horas para resolver estos retos matemáticos que te planteamos.
- Ten en cuenta que no está permitido el uso de calculadoras y otros recursos de consulta como apuntes o libros.
- Al momento que consideres que has culminado tu participación, haz entrega de estas hojas junto con la hoja de respuestas. En caso de ocurrir un empate se tomará en cuenta la hora de entrega.
- Te recalamos que no puedes llevarte estas hojas que contienen los enunciados, así nos ayudarás a que la olimpiada se realice de la mejor forma posible.

ESCRIBE EL RESULTADO DE CADA PROBLEMA EN LA HOJA DE RESPUESTAS.
EN TODOS LOS CASOS EL RESULTADO ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO.

1. En un evento deportivo hay 150 personas. Se sabe que hay 50 personas que no usan polo blanco y que todas las mujeres usan polo blanco. Si el número de hombres es mayor en 10 que el número de mujeres, ¿cuántos hombres usan polo blanco?
2. Sean $a > b > 0$ números enteros tales que $\frac{a^2 - b^2}{(a - b)^2} = \frac{5}{3}$. Halla el valor de $\frac{a}{b}$.
3. Pablo tiene que recorrer una distancia de 6 kilómetros para llegar a su escuela, para ello cuenta con una bicicleta que en algunas ocasiones deja en la casa de su tía antes de llegar a la escuela. Se sabe que la casa de la tía de Pablo está a 15 minutos en bicicleta de la escuela. Si Pablo viaja en bicicleta todo el camino de su casa a la escuela, se demora 60 minutos, en cambio si lo hace a pie, se demora 120 minutos. ¿Cuántos minutos se demoró Pablo en llegar a su escuela, si se sabe que empezó su recorrido en bicicleta, la cual dejó en la casa de su tía, para luego continuar a pie?

Segunda Fase - Nivel 2

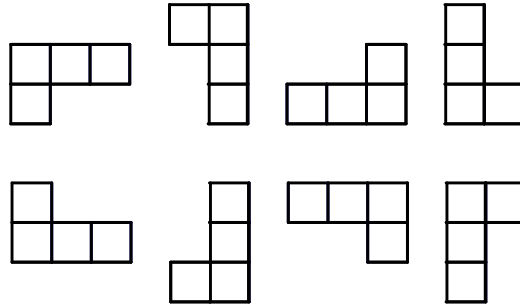
4. En la figura mostrada, las rectas L_1 y L_2 son paralelas, y también las rectas L_3 y L_4 son paralelas. El cuadrilátero sombreado tiene un ángulo interior de medida 92° , y además cumple que su menor ángulo interior es igual a la mitad de su mayor ángulo interior, determina la medida del ángulo x en grados sexagesimales.



5. Sea N el menor entero positivo que es múltiplo de 72 y en cuya escritura sólo se usan los dígitos 8 y 9, con al menos uno de cada uno. Halla la suma de los cuatro últimos dígitos de N , es decir, la suma de los cuatro dígitos de la derecha.
6. En un cuadrilátero $ABCD$, en donde AD y BC son paralelos y además $AD > BC$, se cumple que $\angle ABC = 2\angle ADC$. Si $BC = 7$, $CD = 17$ y $AD = 20$, determina la longitud del perímetro del cuadrilátero $ABCD$.
7. Sean a, b, c números enteros diferentes entre sí, tales que el polinomio $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ cumple que $P(a) = a^3$ y $P(b) = b^3$. Halla el valor de $P(1)$.
8. Se hace una lista en orden creciente, de todos los números de 7 dígitos no divisibles por 5, que usan exactamente una vez cada uno de los dígitos 1,2,3,4,5,6,7 en su escritura. Halla el número que ocupa la posición 2013 en esa lista y da como respuesta el resto de dividir dicho número entre 1000.
9. Sean a, b, c números primos tales que $a < b < c < 100$ y además $a + 1, b + 1, c + 1$ forman una progresión geométrica. ¿Cuál es el mayor valor que puede tomar $a + b + c$?

Segunda Fase - Nivel 2

10. Las siguientes figuras son llamadas *L-tetrominós*, donde cada una está formada por cuatro cuadraditos.



Cada cuadradito de un tablero de 8×8 se ha pintado de un color, de tal forma que si escogemos cuatro cuadraditos cualesquiera que forman un *L-tetrominó* entonces esos cuatro cuadraditos tienen colores diferentes. Determina el menor número de colores que se pudieron haber usado en total para que esta situación sea posible.

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN