



PERÚ

Ministerio
de Educación



Sociedad Matemática Peruana

XVII OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA (ONEM 2021)

Segunda Fase - Nivel 3

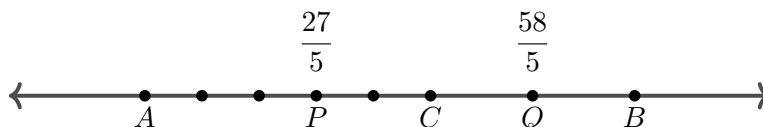
16 de setiembre de 2021

Estimado estudiante, recibe por parte del equipo encargado de la organización las felicitaciones por estar participando en esta etapa de la Olimpiada Nacional Escolar de Matemática. Te recomendamos tener en consideración lo siguiente:

- Tienes un tiempo máximo de 2 horas para resolver estos retos matemáticos que te planteamos.
- Ten en cuenta que no está permitido el uso de calculadoras y otros recursos de consulta como apuntes o libros.
- Al momento que consideres que has culminado tu participación, haz entrega de la hoja de respuestas por correo electrónico. En caso de ocurrir un empate se tomará en cuenta la hora de envío del correo.
- **Queda bajo responsabilidad de los especialistas, docentes y estudiantes la no difusión de la prueba por ningún medio.**
- Teniendo en cuenta estas indicaciones nos ayudarás a que la olimpiada se realice de la mejor forma posible.

ESCRIBE EL RESULTADO DE CADA PROBLEMA EN LA HOJA DE RESPUESTAS.
EN TODOS LOS CASOS EL RESULTADO ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO.

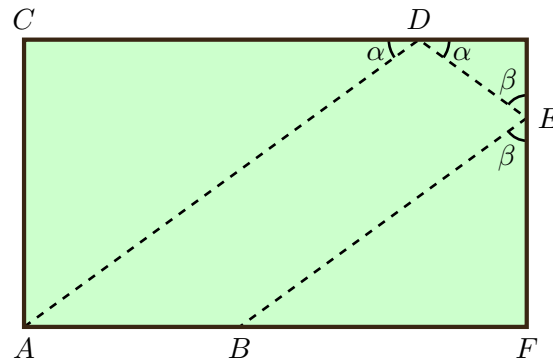
1. En la recta numérica se marcaron los puntos A y B , luego, se marcó el punto C tal que la longitud de AC es a la longitud de CB como 4 es a 3. Luego, el segmento AC se dividió en cinco partes iguales mediante cuatro puntos, uno de los cuales es P . Finalmente, se marcó Q , el punto medio del segmento CB . Si el punto P corresponde a la fracción $\frac{27}{5}$ y el punto Q corresponde a la fracción $\frac{58}{5}$, calcule la longitud del segmento AB .



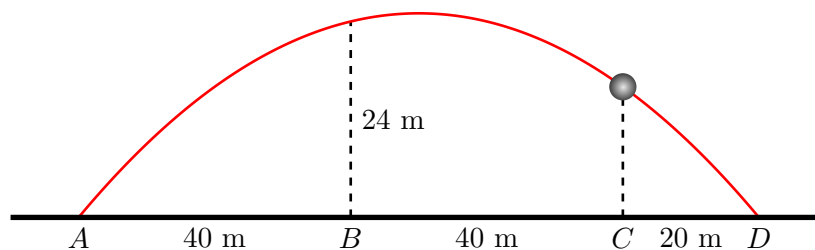
2. En un experimento Kusi obtuvo 55 datos: 20 datos iguales a 10, 15 datos iguales a 11 y 20 datos iguales a 12, donde la mediana es 11. Kusi desea descartar algunos de los datos empezando por los más grandes de tal modo que la mediana sea 10. ¿Cuántos datos Kusi debe descartar como mínimo?
3. En un partido de fútbol se otorga 3 puntos al equipo ganador, 0 puntos al perdedor y 1 punto a cada equipo en caso de empate. En el grupo B de la copa América hubo 5 equipos y cualesquiera dos equipos jugaron un partido. De los 10 partidos que se jugaron en total, determine cuántos terminaron en empate, si al finalizar los puntajes fueron los siguientes:

Argentina	10
Uruguay	7
Paraguay	6
Chile	5
Bolivia	0

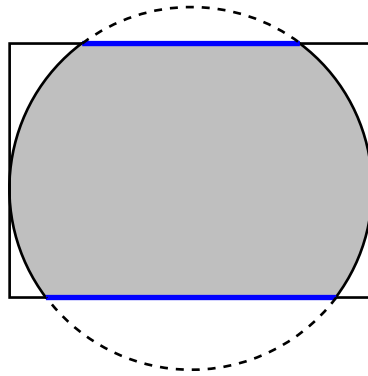
4. En la siguiente figura se muestra una mesa de billar que tiene cuatro bandas (bordes de la mesa). Se lanzó la bola de billar desde el punto A y luego de dos rebotes en los puntos D y E llegó al punto B . Como se puede observar, cada vez que la bola rebota en una banda, sale con el mismo ángulo que llegó. Si AB mide 100 cm y BF mide 110 cm, calcule la longitud del segmento CD , en cm.



5. Un proyectil es lanzado desde un punto A hasta un punto D siguiendo una trayectoria parabólica. Cuando el proyectil está directamente arriba del punto B se encuentra a una altura de 24 metros. Determine a qué altura, en metros, se encuentra el proyectil cuando está directamente arriba del punto C .



6. Un agricultor coloca un dispersor de agua en su terreno rectangular de 42 metros de ancho y 60 metros de largo. El dispersor riega un área circular que corta a los dos lados mayores del terreno y es tangente a los lados menores. De los dos bordes del terreno que son horizontales, un total de 84 metros fueron regados. Si el área del terreno regada (área sombreada en la figura) es igual a $m + n\pi$, donde m y n son enteros positivos, encuentre el valor de $m + n$.



7. Considere la siguiente secuencia de figuras hechas con palitos. La figura 1 está hecha con 7 palitos, la figura 2 está hecha con 23, etc. Como se puede observar, la base superior y los laterales van aumentando de 1 en 1. Si seguimos el patrón, ¿cuántos palitos tendrá la figura 22?



figura 1

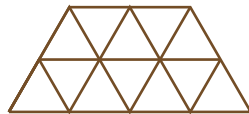


figura 2

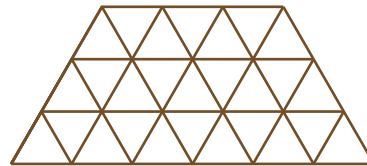


figura 3

8. En un aula de 32 estudiantes se van a formar 8 grupos de 4 para hacer una exposición, para eso se realiza un sorteo en el que se va a determinar los grupos. El sorteo se realiza de la siguiente forma: se escribe en 32 papeles los nombres de los estudiantes, se introducen a una urna y luego se van sacando los papeles uno por uno. Los 4 primeros formarán el primer grupo, los 4 siguientes el segundo grupo y así sucesivamente. Suponga que dos de los estudiantes son Andrea y Ramiro y que la probabilidad de que ellos estén en el mismo grupo es $\frac{a}{b}$, donde a y b son enteros positivos coprimos. Calcule $a + b$.
9. Liliana eligió algunos números distintos del conjunto $\{1, 2, 3, \dots, 13, 14\}$ y notó que su producto es igual a la suma de los números que no eligió. Encuentre la suma de los dos menores valores que puede tomar el producto de los números que eligió Liliana.

10. Tenemos una cuadrícula de 6×7 , como se muestra en la figura. Determine cuántos hexágonos cumplen que sus seis lados están incluidos en las líneas de esa cuadrícula. A modo de ejemplo, mostramos uno de los hexágonos que debe ser considerado.

