



PERÚ

Ministerio
de Educación



Sociedad Matemática Peruana

XVIII OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA (ONEM 2022)

Etapa DRE - Nivel 3

29 de septiembre de 2022

Estimado estudiante, recibe por parte del equipo encargado de la organización las felicitaciones por estar participando en esta etapa de la Olimpiada Nacional Escolar de Matemática. Te recomendamos tener en consideración lo siguiente:

- Tienes un tiempo máximo de 2 horas para resolver estos retos matemáticos que te planteamos.
- Ten en cuenta que no está permitido el uso de calculadoras y otros recursos de consulta como apuntes o libros.
- Al momento que consideres que has culminado tu participación, haz entrega de la hoja de respuestas. En caso de ocurrir un empate se tomará en cuenta la hora de envío del correo.
- **Queda bajo responsabilidad de los especialistas, docentes y estudiantes la no difusión de la prueba por ningún medio.**
- Teniendo en cuenta estas indicaciones nos ayudarás a que la olimpiada se realice de la mejor forma posible.

ESCRIBE EL RESULTADO DE CADA PROBLEMA EN LA HOJA DE RESPUESTAS.
EN TODOS LOS CASOS EL RESULTADO ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO.

1. En una pollería el cuarto de pollo a la brasa cuesta 12 soles, medio pollo a la brasa cuesta 23 soles y un pollo a la brasa cuesta 45 soles. ¿Cuánto debe gastar, como mínimo, un grupo de 15 personas si cada una debe comer un cuarto de pollo?
2. Las medidas de los ángulos de un triángulo acutángulo, en grados sexagesimales, son números naturales. Además, la medida del mayor ángulo es igual a 5 veces la medida del menor ángulo. Calcule la medida del mayor ángulo.
3. En un aula hay 25 alumnos de 11, 12 y 13 años. Un día el profesor preguntó a cada alumno: “¿Cuántos alumnos del aula tienen una edad diferente a la tuya?”, al sumar todas las respuestas el profesor obtuvo 400. A continuación preguntó a cada alumno: “¿Cuántos alumnos del aula tienen una edad mayor a la tuya?”. Encuentre el valor que obtendrá el profesor al sumar todas las respuestas de la nueva pregunta.

4. Encuentre el menor número entero $n > 80$ para el cual se cumple que el conjunto

$$\{n, 2n, 3n, 4n, 5n, 6n, 7n, 8n, 9n\}$$

contiene exactamente dos cuadrados perfectos.

5. Una empresa tiene 100 trabajadores divididos en 10 grupos de trabajo. Si en cada grupo se cumple que más de la mitad de sus integrantes son mujeres, ¿cuál es el menor número de mujeres que puede haber en dicha empresa?

Aclaración: Los grupos no necesariamente tienen la misma cantidad de personas.

6. Un trapecio $ABCD$ cumple que su base AB mide el doble que la otra base CD . Sea P un punto en el interior del trapecio tal que $DA = DP$ y sea M el punto medio de PB . Si $\angle APB = (5x)^\circ$ y $\angle PMC = (2x)^\circ$, calcule el valor de x .

7. Decimos que un entero positivo n es *bueno* si tiene exactamente 6 dígitos y además todos ellos son impares. Determine la cantidad de enteros positivos n tales que n y $5n$ son números buenos.

8. Los números reales positivos a, b, c cumplen que $abc(a+b+c) = 9$, determine el mínimo valor posible de $(a+b)(a+c)$.

9. Sea $ABCD$ un rectángulo y sean P y Q puntos sobre los lados AB y BC , respectivamente, tales que $PQ = QD$ y, además, $\angle PQD = 120^\circ$. Si el área del triángulo ADP es igual a 30 y el área del triángulo BPQ es igual 25, calcule el área del triángulo CDQ .

10. Sea $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{35}$ una secuencia de enteros positivos, no necesariamente distintos, tal que la suma de todos los términos es igual a 105. Si se escogen uno o más de estos términos (de cualquier forma) su suma **no** es igual a 35. Encuentre la cantidad de valores distintos que puede tomar a_1 .