

**XXX Olimpiada Matemática Rioplatense**  
**San Isidro – 5 de Diciembre de 2023**  
**Nivel A – Primer Día**



**Problema 1**

Un número se dice *casi-capicúa* si es posible colocar un dígito distinto de 0 a su izquierda de manera que se obtenga un número capicúa, es decir, un número que se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda.

Por ejemplo, 2023 es casi-capicúa, porque podemos escribir el dígito 3 a su izquierda para obtener el número 32023, que es capicúa.

¿Cuántos números de seis dígitos son casi-capicúas y múltiplos de 9?

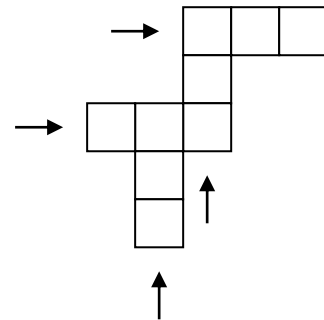
**Problema 2**

Ana escribió los números del 1 al 9 en las casillas de la figura, uno en cada casilla, sin repetir números.

Resultó que, para cada una de las cuatro flechas indicadas, la suma de los números de las tres casillas en esa dirección es igual a la cantidad de gatos de Ana.

¿Cuántos gatos tiene Ana? Dar todas las posibilidades.

Para cada valor encontrado, mostrar una manera en la que Ana pudo haber completado la figura, y explicar por qué no hay más posibilidades para la cantidad de gatos de Ana.



**Problema 3**

La calculadora de Magalí tiene una tecla especial ★ que funciona de la siguiente manera. Cada vez que ella presiona ★, la calculadora multiplica el número que está en la pantalla por sí mismo, le suma 6 y coloca este resultado en la pantalla. Por ejemplo, si el número de la pantalla es el 11 y Magalí presiona ★, el número que quedará en la pantalla es 127, porque  $11 \times 11 + 6 = 127$ .

Magalí piensa un número primo, lo escribe en la calculadora y presiona ★ varias veces. La tecla ★ se bloquea cuando en la pantalla aparece un número que no es primo.

¿Cuál es la mayor cantidad de veces que puede presionar la tecla ★?

Para la respuesta hallada, mostrar qué número puede haber escrito Magalí al principio para presionar ★ esa cantidad de veces, y explicar por qué es imposible que presione ★ más veces.

**Duración: 3 horas y media**  
**Versión: ESPAÑOL**

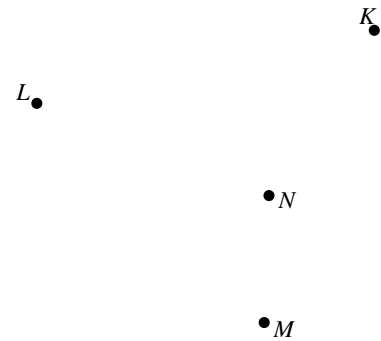
**XXX Olimpiada Matemática Rioplatense**  
**San Isidro – 6 de Diciembre de 2023**  
**Nivel A – Segundo Día**



**Problema 4**

Dados los puntos  $K$ ,  $L$ ,  $M$  y  $N$  como en la figura, construir todos los triángulos  $ABC$  que cumplan las siguientes condiciones:

- $\hat{A}CB = 90^\circ$ ,
- $BC$  tiene la misma longitud que  $KL$ ,
- los puntos  $K$  y  $L$  pertenecen a la recta  $BC$ ,
- $M$  pertenece a la recta  $AC$ ,
- $N$  pertenece a la recta  $AB$ .



**Problema 5**

En cada casilla de un tablero de  $3 \times 3$  hay una lámpara y un botón. Al presionar el botón de una casilla, cambia el estado de las lámparas que están en sus casillas vecinas (las que están encendidas pasan a estar apagadas y viceversa). La lámpara que está en la misma casilla que el botón no cambia de estado.

Inicialmente todas las lámparas están apagadas.

- (a) ¿Es posible, luego de presionar algunos botones, conseguir que todas las lámparas queden encendidas?
- (b) ¿Cuántos estados distintos del tablero se pueden obtener?

*Aclaraciones.* Dos casillas son vecinas si tienen un lado en común.

Dos estados del tablero son distintos si hay alguna lámpara que está encendida en uno de ellos y apagada en el otro.

**Problema 6**

Se tienen 10 botellas de 1 litro de capacidad cada una. Inicialmente, 9 de ellas están vacías y la otra está completamente llena con jugo de naranja.

Una *operación permitida* consiste en elegir una botella que no esté vacía, dividir su contenido en 3 partes iguales y colocar estas 3 partes en 3 botellas a elección.

¿Es posible, luego de hacer varias operaciones permitidas, conseguir que las 10 botellas tengan la misma cantidad de jugo de naranja?

**Duración: 3 horas y media**  
**Versión: ESPAÑOL**