



PERÚ

Ministerio
de Educación



SOCIEDAD MATEMÁTICA PERUANA
Fundada el 29 de Marzo de 1957

XVIII OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA (ONEM 2022)

Etapa Nacional - Nivel 2

26 de octubre de 2022

1. Halle todas las parejas (a, b) de números enteros tales que el número $(a + 1)(b + 1)(a + b)$ es primo.
2. Sea AB un diámetro de una circunferencia Γ cuyo centro es O . El rectángulo $OBCD$ es trazado de tal manera que el segmento CD interseca a Γ en el punto E . La prolongación de AD interseca a Γ en el punto F . Si $DE = BC$ y G es el punto de intersección de los segmentos BF y CD , demuestre que $\angle GOE = \angle COE$.
3. Encuentre todos los números reales positivos a para los cuales la siguiente proposición es verdadera: Si x y y son números reales, no necesariamente distintos, que pertenecen al intervalo $[0, a]$, entonces $x + y - xy$ pertenece al intervalo $[0, a]$.
4. Sea n un entero positivo. Se tiene n puntos rojos alrededor de una circunferencia enumerados del 1 al n en el sentido horario. Sea ℓ una recta horizontal que no interseca a la circunferencia y se encuentra por debajo de ella. Al proyectar los n puntos rojos sobre la recta ℓ se obtienen n puntos distintos y a cada una de dichas proyecciones le asignamos el mismo número del punto rojo del que proviene. De este modo, al leer los números de ℓ de izquierda a derecha, obtenemos una permutación de los números del 1 al n . Determine la cantidad de permutaciones diferentes que se pueden obtener.

Aclaración: Los n puntos rojos no necesariamente están igualmente espaciados.