



PERÚ

Ministerio
de Educación



Sociedad Matemática Peruana

XIX OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA (ONEM 2023)

Etapa UGEL - Nivel 3

22 de setiembre de 2023

Estimado estudiante, recibe por parte del equipo encargado de la organización las felicitaciones por estar participando en esta etapa de la Olimpiada Nacional Escolar de Matemática. Te recomendamos tener en consideración lo siguiente:

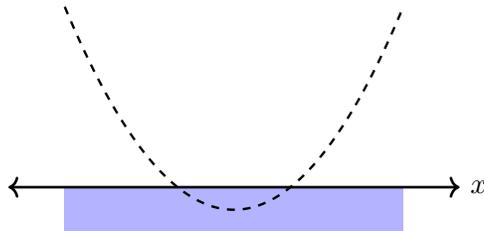
- Tienes un tiempo máximo de 2 horas para resolver estos retos matemáticos que te planteamos.
- Ten en cuenta que no está permitido el uso de calculadoras y otros recursos de consulta como apuntes o libros.
- Al momento que consideres que has culminado tu participación, haz entrega de la hoja de respuestas. En caso de ocurrir un empate se tomará en cuenta la hora de entrega.
- **Queda bajo responsabilidad de los especialistas, docentes y estudiantes la no difusión de la prueba por ningún medio.**
- Teniendo en cuenta estas indicaciones nos ayudarás a que la olimpiada se realice de la mejor forma posible.

ESCRIBE EL RESULTADO DE CADA PROBLEMA EN LA HOJA DE RESPUESTAS.
EN TODOS LOS CASOS EL RESULTADO ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO.

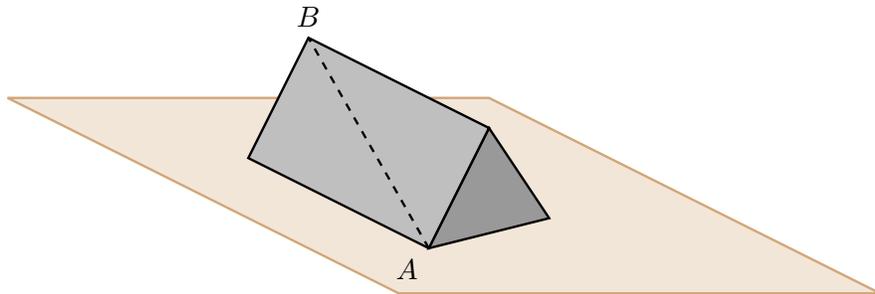
1. Para procesar los datos de n ciudades, un programa informático se demora una cantidad de segundos que es proporcional al número n^2 . Si el programa se demora 64 segundos en procesar los datos de 200 ciudades, ¿cuántos segundos se demora en procesar los datos de 300 ciudades?
2. En un restaurante de comida rápida, un sándwich, un vaso de jugo y una bolsa de papitas cuestan 25 soles. Además, un sándwich, dos vasos de jugo y tres bolsas de papitas cuestan 47 soles. ¿Cuántos soles costarán un sándwich, tres vasos de jugo y cinco bolsas de papitas?
3. La *densidad* es una magnitud física que se define como el cociente entre la masa de un objeto y el volumen que ocupa. Por ejemplo, si un objeto tiene 560 kg de masa y ocupa un volumen de 2 m^3 , su densidad es 280 kg/m^3 .

Un objeto inicialmente tenía una densidad de 440 kg/m^3 . Por acción de la humedad el objeto incrementó su masa en 5% e incrementó su volumen en 10%, con lo cual su densidad ahora es $n \text{ kg/m}^3$. Calcule el valor de n .

4. A 80 personas se les hizo la siguiente pregunta: “¿Cuántas personas mayores de 60 años viven en tu casa” y resultó que la respuesta de cada persona pertenece al conjunto $\{0, 1, 2\}$. Determine cuántas personas como máximo pudieron haber respondido 0, si se sabe que la media de las respuestas fue 0,95.
5. Un ave siguió una trayectoria parabólica para atrapar a un pez que se encontraba bajo el agua. Considerando que el nivel del agua es el eje x y que la trayectoria es la gráfica de la función $f(x) = 2x^2 - nx + 17$, donde n es un entero positivo. Hallar el menor valor de n para el cual esta situación es posible.



6. Se tiene un prisma cuyas bases son triángulos equiláteros de $10\sqrt{3}$ cm de lado y sus caras laterales son rectángulos de dimensiones $10\sqrt{3}$ cm y $10\sqrt{13}$ cm. El prisma se colocó sobre el piso apoyado sobre una de sus caras rectangulares, como se ve en la siguiente figura.



Un caracol va en línea recta desde el vértice A hasta el vértice B , a una velocidad de 4 cm por minuto. Determine a cuántos cm de altura estará el caracol luego de 4 minutos de haber empezado su recorrido.

7. Ana, Beto y Carlos entrenan para una maratón en una pista circular, cada uno corre a cierta rapidez constante. Los tres parten de un mismo punto P , pero mientras Ana y Beto corren en el mismo sentido, Carlos lo hace en sentido contrario. Carlos recorrió exactamente una vuelta y durante su recorrido se cruzó 5 veces con Ana y 9 veces con Beto en puntos distintos de P . Al finalizar su trayecto Carlos llegó en el mismo instante al punto P que Ana y Beto y los tres se detuvieron en ese momento. ¿Cuántas veces Beto sobrepasó a Ana durante todo este tiempo?
8. Claudia tiene algunas monedas de 1 sol y 5 soles (al menos una de cada tipo). Hay exactamente 30 valores distintos que se pueden obtener como la combinación de una o más de sus monedas. Si Claudia tiene x monedas de 1 sol, determine la cantidad de valores distintos que puede tomar x .

9. Sean D y E dos puntos del lado AC de un triángulo ABC de tal modo que A, D, E, C están en ese orden y $\angle ABD = \angle DBE = \angle EBC = 45^\circ$. Si $AB + BE = 10$ y $DB + BC = 15$, determine el valor del producto $AB \cdot BC$.
10. En una recta se han marcado 20 puntos. Renato escoge 2 puntos al azar y dibuja una circunferencia cuyo diámetro tiene como extremos a los 2 puntos escogidos. Considerando los puntos que no han sido escogidos, Amanda escoge 2 puntos al azar y dibuja una circunferencia cuyo diámetro tiene como extremos a los 2 puntos escogidos. Finalmente, considerando los puntos que no han sido escogidos, Valentín hace el mismo proceso. De esta manera tenemos tres circunferencias. Sea p la probabilidad de que cualesquiera dos de esas circunferencias sean secantes. Calcule el valor de $\frac{60}{p}$.

Aclaración: dos circunferencias son secantes si se intersecan en exactamente dos puntos.