



*Bulgaria International
Mathematics Competition 2023
(Virtual)*

Bulgaria, 1st to 7th July 2023

Elementary Mathematics International Contest

Examen Individual

Tiempo límite: 90 minutos

Información:

- Tienes 90 minutos para este examen, el cual consiste de 15 preguntas que solo requieren respuestas numéricas.
- Cada pregunta vale 10 puntos. No se dan puntos parciales. No hay penalización por respuestas incorrectas, pero no debes escribir más de las respuestas que se te piden. Para preguntas con varias respuestas, se darán puntos completos solo si escribes todas las respuestas correctas.
- Las figuras y diagramas pueden no estar a escala.

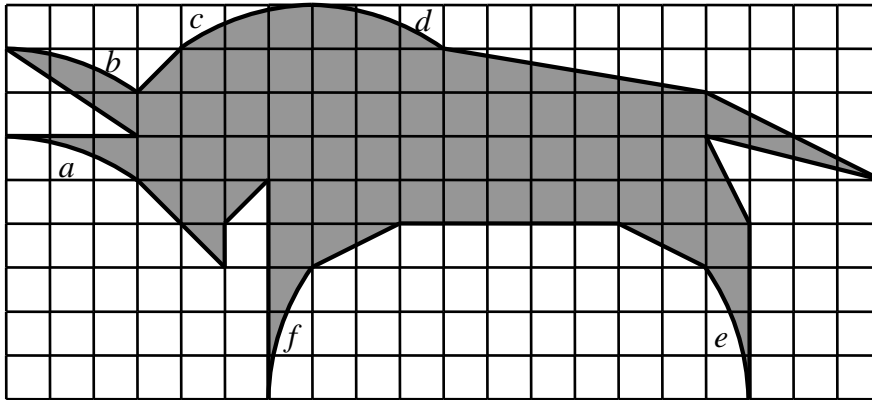
Instrucciones:

- Escribe tu nombre, tu clave de participante (ID) y el nombre de tu equipo antes de avanzar a la siguiente página.
- No está permitido el uso de transportador, calculadora, ni aparatos electrónicos.
- Ingresa tus respuestas en la columna que se indica después de cada pregunta. No es necesario incluir el tipo de unidad en tus respuestas. El formato es como sigue:
 1. Números decimales $a.bc$, donde a, b y c son dígitos, escribe $a.bc$.
 2. Fracciones $\frac{a}{b}$, donde a y b son primos relativos, escribe a/b (Por ejemplo, si tu respuesta es $3\frac{2}{5}$, escribe $17/5$).
 3. Razones $a : b$, escribe $a:b$ o $a;b$ (sin espacio después de “:” o “;”).
 4. Listas (a, b, c, \dots) , escribe a,b,c, \dots (sin espacio después de “,”).
- Al final del examen, debes hacer click en “enviar”.

Spanish Version

Equipo: _____ *Nombre:* _____ *ID.:* _____

1. ¿Cuál es el área, en cm^2 , de la figura sombreada (en forma de toro) formada por seis arcos idénticos (llamados a, b, c, d, e, f) y quince segmentos, dado que la longitud del lado de cada cuadrado es 1 cm, y que cada uno de los seis arcos están en rectángulos de 1×3 o de 3×1 ?

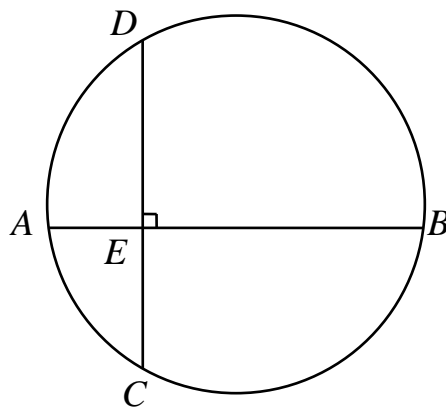


2. Treinta estudiantes de cinco grupos en una escuela deciden unirse a la iniciativa “Dona un libro” y trajeron un total de 40 libros para la biblioteca. Estudiantes del mismo grupo trajeron la misma cantidad de libros, y estudiantes de diferentes grupos trajeron una cantidad diferente de libros. Si cada estudiante donó al menos un libro, ¿cuántos estudiantes donaron exactamente un libro?
3. El producto de cinco enteros positivos consecutivos es 120 veces más grande que \overline{ABABAB} , donde A y B son dígitos diferentes de cero. ¿Cuál es el más grande de esos cinco números?
4. Un cuadrado perfecto es el cuadrado de algún entero. ¿Cuántos enteros del 1 al 2023 no son cuadrados perfectos, pero todos sus dígitos son cuadrados perfectos?
5. El Sr. Sun estaba viajando en un autobús viejo, que se movía a velocidad constante en una carretera, en la que están colocados marcadores que muestran la distancia recorrida desde el punto de inicio. En la figura se muestran dos ejemplos de dichos marcadores. Justo antes de quedarse dormido, vio que el autobús estaba pasando un marcador de kilómetros con un número de dos dígitos. Después de exactamente una hora el Sr. Sun abrió los ojos y vio que el autobús estaba pasando un marcador de kilómetros con tres dígitos, y recordó que: el primer dígito era igual al segundo dígito del número que vio antes de quedarse dormido, el segundo dígito del número de tres dígitos era 0, y el tercer dígito del número de tres dígitos era igual al primer dígito del número que vio antes de quedarse dormido. El Sr. Sun volvió a dormir por exactamente dos horas, y al despertar vio que el autobús estaba pasando un marcador de kilómetros con un número que era casi idéntico al segundo que vio, salvo que el segundo dígito había sido reemplazado por otro dígito. ¿Cuál era la velocidad, en km/h , del autobús?

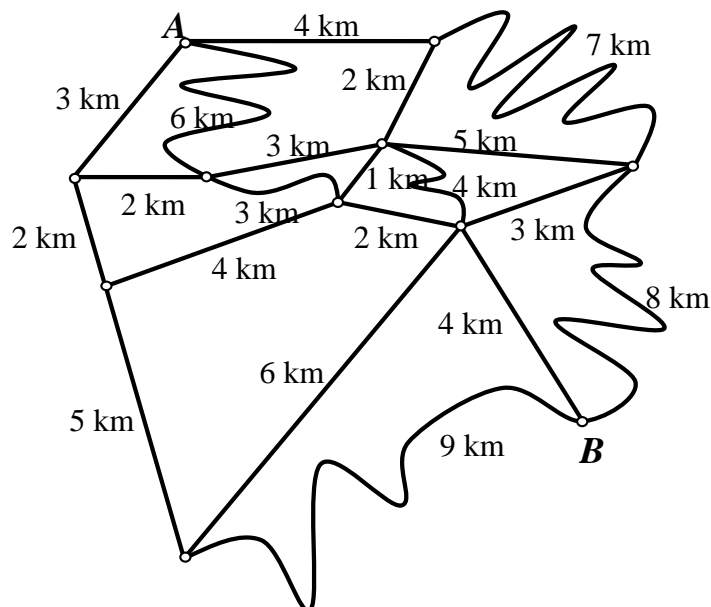


6. ¿Cuál es la suma de todos los números de cuatro dígitos \overline{abcd} , con $a \neq 0$, tales que $\overline{abcd} + a + b + c + d = 2023$?

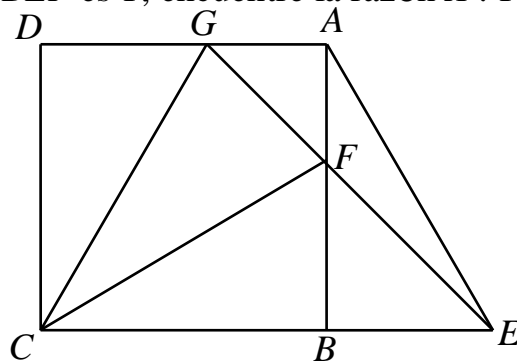
7. Alex tiene una hoja larga de papel de 6 cm de ancho y 94 cm de largo. Él quiere cortar tantos rectángulos como sea posible de esta hoja de tal forma que cada rectángulo tenga lados cuyas longitudes sean número enteros, y su perímetro sea 20 cm. ¿Cuál es el mayor número de rectángulos que puede obtener?
8. Allen, Bob y Cindy viajan en un camino circular, y empiezan a caminar desde la misma ubicación al mismo tiempo. Bob camina en sentido horario, mientras que Cindy y Allen caminan en sentido anti-horario. Todos caminan a velocidad constante. Después de un tiempo, Bob se encuentra con Cindy por primera vez. Tres minutos después, Bob se encuentra con Allen. Finalmente, otros 14 minutos después, Bob se encuentra con Cindy por segunda vez. Sabemos que la velocidad de Cindy es $\frac{3}{4}$ de la velocidad de Bob y que el camino circular mide 2023 metros. ¿Cuántos minutos después de que Bob se encuentra con Cindy por primera vez, se encontrará Bob con Allen por segunda vez?
9. Dos cuerdas perpendiculares en un círculo, AB y CD , se intersectan en un punto E , como se muestra en la figura. Si $AE = 28$ cm, $EB = 84$ cm y $CE = 42$ cm, ¿cuál es el área, en cm^2 del círculo? (Utiliza la aproximación $\pi = \frac{22}{7}$.)



10. La figura mostrada es el mapa de todas las carreteras de una ciudad. ¿Cuál es la distancia más corta de A a B , en km, viajando sólo a través de estas carreteras?



11. Cada pasajero en un tren tiene un boleto. Los boletos están enumerados con números de seis dígitos, iniciando por algún número mayor o igual que 100000. Se sabe que la cantidad de pasajeros cuyos boletos tienen un número que termina en 23 es $\frac{1}{108}$ de la cantidad total de pasajeros. ¿Cuál es la mayor cantidad posible de pasajeros en el tren?
12. Se tiene una sucesión de enteros positivos. El primer término de la sucesión es 1, el segundo término es 2, el tercero es 3, y el cuadrado de cada número, iniciando por el segundo, es igual a la suma de sus términos vecinos. Por ejemplo, para el segundo número, tenemos que: $2^2 = 1 + 3$. ¿Cuál es el residuo cuando el 2023-ésimo término es dividido por 11?
13. Sea $ABCD$ un cuadrado, tal que el punto E se encuentra en la prolongación de CB de forma que $\angle BAE = 30^\circ$, y el punto G se encuentra en AD de forma que $\angle BCG = 60^\circ$, como se muestra en la figura. Si el área del triángulo CGF es X y el área del triángulo BEF es Y , encuentre la razón $X : Y$.



14. Cada celda de una cuadrícula de 100×100 se pinta de uno de 20 colores. Una celda se dice solitaria si su color es diferente del color de cada otra celda en la misma fila, y diferente del color de cada otra celda en la misma columna. ¿Cuál es la mayor cantidad posible de celdas solitarias en la cuadrícula?
15. Un cono circular con vértice C tiene un punto A en la circunferencia de su base y un punto B en el segmento AC , como se muestra en la figura. Una soga de la menor longitud posible se enrolla una vez alrededor del cono, de tal forma que inicia en el punto A y termina en el punto B . Suponga que el diámetro de la base mide 6 cm y que la altura inclinada mide 12 cm. Si $AB = 3$ cm y D es el punto en la soga que está más cercano a C , ¿cuál es la longitud, en cm, de CD ?

